令和５年度入試（令和４年度実施）の情報開示
解答例について

入試の区分	一般選抜
学部学科等	教育・経済学部
教科・科目名	数学／ 数学(全学)
正解・解答例又は出題（面接）意図	(解答例) 別紙に略解を示す。
備　　考	

— 教育学部・経済学部　解答例（略解）—

$\boxed{1}$

(1)　$x=0$ ならば，$x^4-3x^2+1=0$ を満たさないから，$x \neq 0$ である。

$x^4-3x^2+1=0$ の両辺を x^2 で割ると，$x^2-3+\dfrac{1}{x^2}=0$

よって，

$$x^2+\frac{1}{x^2}=3$$

$\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)^3=3^3$ であるから，$x^6+3\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)+\dfrac{1}{x^6}=27$

よって，

$$x^6+\frac{1}{x^6}=27-3\cdot 3=18$$

答：　$x^2+\dfrac{1}{x^2}=3$，$x^6+\dfrac{1}{x^6}=18$

(2)

$$\begin{aligned} p^2 &= \{(a+b)+c\}^2=(a+b)^2+2(a+b)c+c^2 \\ &= a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc) \end{aligned}$$

よって，$a^2+b^2+c^2=p^2-2q$

$$\begin{aligned} p^3 &= \{(a+b)+c\}^3=(a+b)^3+3(a+b)^2c+3(a+b)c^2+c^3 \\ &= a^3+b^3+c^3+3(a^2b+ab^2+a^2c+b^2c+ac^2+bc^2+2abc) \end{aligned}$$

よって，

$$\begin{aligned} a^3+b^3+c^3-3abc &= p^3-3(a^2b+ab^2+b^2c+bc^2+c^2a+ca^2+3abc) \\ &= p^3-3\{(b+c)a^2+(b^2+3bc+c^2)a+bc(b+c)\} \\ &= p^3-3\{(b+c)a+bc\}\{a+(b+c)\} \\ &= p^3-3qp=p^3-3pq \end{aligned}$$

答：　$a^2+b^2+c^2=p^2-2q$，$a^3+b^3+c^3-3abc=p^3-3pq$

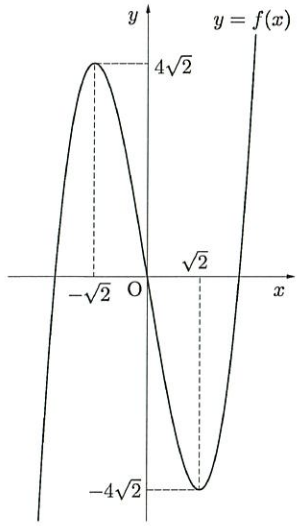
$\boxed{2}$

(1) $f'(x) = 3x^2 - 6 = 3(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$,
$f(-\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$,　$f(\sqrt{2}) = -4\sqrt{2}$

よって，$f(x)$ の増減は次の表のようになる。

x	$\cdots$	$-\sqrt{2}$	$\cdots$	$\sqrt{2}$	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	極大 $4\sqrt{2}$	$\searrow$	極小 $-4\sqrt{2}$	$\nearrow$

したがって，$f(x)$ は区間 $x \leqq -\sqrt{2}$ と区間 $\sqrt{2} \leqq x$ で増加し，区間 $-\sqrt{2} \leqq x \leqq \sqrt{2}$ で減少する。よって，$y = f(x)$ のグラフは右のようになる。

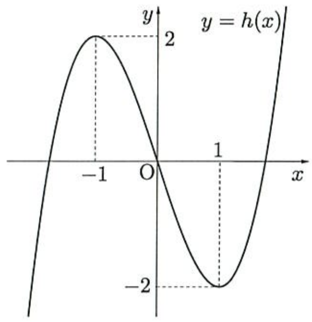


(2) $h(x) = x^3 - 3x$ とおく。$y = f(x)$ と $y = g(x)$ の共有点の個数と，$y = h(x)$ と $y = a$ の共有点の個数は一致する。

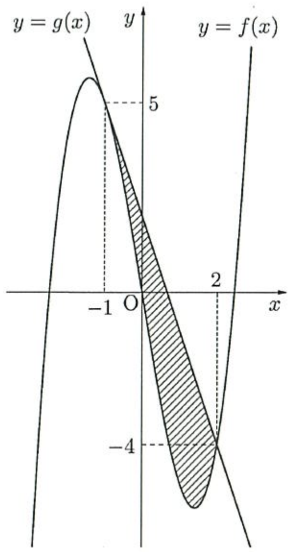
$$h'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x + 1)(x - 1)$$

ゆえに，$y = h(x)$ のグラフは右のようになる。
$a > 0$ であるから，$y = h(x)$ と $y = a$ の共有点の個数が 2 となるのは，$a = 2$ のときである。

答： 2



(3) 求める面積を S とする。
(2) より，$g(x) = -3x + 2$ である。
$g(x) - f(x) = -(x + 1)^2(x - 2)$ である。
よって，S は右の図の斜線の部分の面積である。



$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^{2} (g(x) - f(x))dx \\ &= \int_{-1}^{2} (-x^3 + 3x + 2)dx \\ &= \left[-\frac{x^4}{4} + \frac{3}{2}x^2 + 2x\right]_{-1}^{2} = \frac{27}{4} \end{aligned}$$

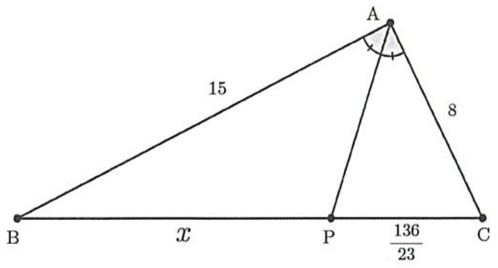
答： $\dfrac{27}{4}$

$\boxed{3}$

(1)　$x = \mathrm{BP}$ とおく。

AP は $\angle\mathrm{BAC}$ の二等分線であるから，

$$x : \frac{136}{23} = 15 : 8$$



である。ゆえに，$x = \dfrac{255}{23}$ である。

答：　$\dfrac{255}{23}$

(2)　(1) より，$\mathrm{BC} = \dfrac{255}{23} + \dfrac{136}{23} = 17$ である。$\theta = \angle\mathrm{BAC}$ とおく。

余弦定理より，$17^2 = 15^2 + 8^2 - 2 \cdot 15 \cdot 8 \cdot \cos\theta$ である。

よって，$\cos\theta = 0$ である。$0 < \theta < \pi$ であるから，$\theta = \dfrac{\pi}{2}$ である。

$\triangle\mathrm{ABC}$ は BC を斜辺とする直角三角形である。

よって，求める面積は $\dfrac{1}{2} \cdot 8 \cdot 15 = 60$ である。

答：　60