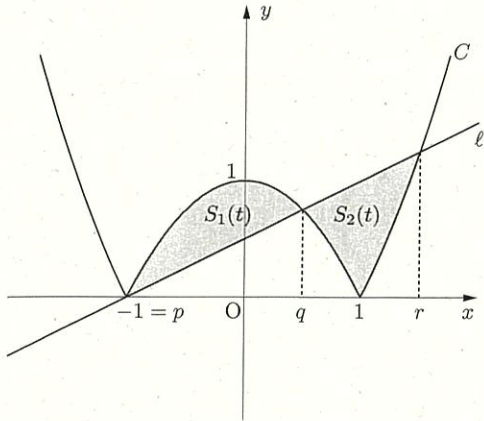


(様式)

入試情報の開示

入試の区分	一般選抜 前期日程
入試年度	令和8年度(令和7年度実施)
学部学科等	教育・経済学部
教科・科目名	数学
出題意図	<p>高等学校で学ぶ数学についての基礎的な知識や理解度、論理的思考力、応用力を問う。</p> <p>第1問 微分と積分に関する理解度を確認する。 第2問 数列と対数に関する理解度を確認する。 第3問 文字式と場合の数・確率に関する理解度を確認する。</p>
解答又は解答例	<p>(解答例) 別紙のとおり</p>

1



(1) l と $y = x^2 - 1$ の交点の x 座標を求めると

$$\begin{aligned} x^2 - 1 &= t(x+1) \iff x^2 - tx - (1+t) = 0 \\ &\iff (x+1)(x-(1+t)) = 0 \end{aligned}$$

したがって、 $x = -1, 1+t$ である。

$1+t > 1$ または $1+t < -1$ となるのは

$$t > 0 \quad \text{または} \quad t < -2 \quad \dots \textcircled{1}$$

l と $y = 1 - x^2$ の交点の x 座標を求めると

$$\begin{aligned} 1 - x^2 &= t(x+1) \iff x^2 + tx + t - 1 = 0 \\ &\iff (x+1)(x-(1-t)) = 0 \end{aligned}$$

したがって、 $x = -1, 1-t$ である。

$-1 < 1-t < 1$ となるのは

$$0 < t < 2 \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②より

$$C \text{ と } l \text{ が異なる 3 点で交わる} \iff 0 < t < 2$$

このとき交点の x 座標は、 $-1, 1-t, 1+t$ で、

$0 < t < 2$ であるから

$$-1 < 1-t < 1+t$$

したがって

$$p = -1, q = 1-t, r = 1+t$$

(2) (a)

$$\begin{aligned} S_1(t) &= \int_{-1}^{1-t} \{1 - x^2 - t(x+1)\} dx \\ &= \left[x - \frac{x^3}{3} - t\left(\frac{x^2}{2} + x\right) \right]_{-1}^{1-t} \\ &= \left\{ (1-t) - \frac{(1-t)^3}{3} - t\left(\frac{(1-t)^2}{2} + (1-t)\right) \right\} \\ &\quad - \left\{ -1 + \frac{1}{3} - t\left(\frac{1}{2} - 1\right) \right\} \\ &= \frac{1}{6} (-t^3 + 6t^2 - 12t + 8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_2(t) &= \int_{1-t}^1 \{t(x+1) - (1-x^2)\} dx \\ &\quad + \int_1^{1+t} \{t(x+1) - (x^2-1)\} dx \\ &= \left[t\left(\frac{x^2}{2} + x\right) - \left(x - \frac{x^3}{3}\right) \right]_{1-t}^1 \\ &\quad + \left[t\left(\frac{x^2}{2} + x\right) - \left(\frac{x^3}{3} - x\right) \right]_1^{1+t} \\ &= \left\{ t\left(\frac{1}{2} + 1\right) - \left(1 - \frac{1}{3}\right) \right\} \\ &\quad - \left\{ t\left(\frac{(1-t)^2}{2} + (1-t)\right) - \left((1-t) - \frac{(1-t)^3}{3}\right) \right\} \\ &\quad + \left\{ t\left(\frac{(1+t)^2}{2} + (1+t)\right) - \left(\frac{(1+t)^3}{3} - (1+t)\right) \right\} \\ &\quad - \left\{ t\left(\frac{1}{2} + 1\right) - \left(\frac{1}{3} - 1\right) \right\} \\ &= 2t^2 \end{aligned}$$

(b) (a) より

$$\begin{aligned} T(t) &= \frac{1}{6} (-t^3 + 6t^2 - 12t + 8) + 2t^2 \\ &= \frac{1}{6} (-t^3 + 18t^2 - 12t + 8) \end{aligned}$$

したがって

$$T'(t) = \frac{1}{6} (-3t^2 + 36t - 12) = \frac{1}{2} (-t^2 + 12t - 4)$$

$T'(t) = 0$ となるのは $t = 6 \pm 4\sqrt{2}$ のときで、

$0 < 6 - 4\sqrt{2} < 1$ であるから $0 < t < 2$ の範囲での $T(t)$ の増減は下表のようになる。

t	0	...	$6 - 4\sqrt{2}$...	2
$T'(t)$		-	0	+	
$T(t)$		↘	最小	↗	

よって、 $T(t)$ は $t = 6 - 4\sqrt{2}$ のとき最小となる。

【教育・経済学部 解答例（略解）】

2

(1) $a_{n+2} = 6a_{n+1} - 9a_n$ より

$$a_{n+2} - 3a_{n+1} = 3(a_{n+1} - 3a_n)$$

したがって

$$b_{n+1} = 3b_n$$

が成り立つ。

$\{b_n\}$ は公比 3, 初項 $b_1 = a_2 - 3a_1 = 3 - 3 \times 0 = 3$ の等比数列であり

$$b_n = 3^{n-1}b_1 = 3^n$$

(2) (1) より

$$a_{n+1} - 3a_n = 3^n$$

両辺を 3^{n+1} で割ると

$$\frac{a_{n+1}}{3^{n+1}} - \frac{a_n}{3^n} = \frac{1}{3}$$

したがって

$$c_{n+1} - c_n = \frac{1}{3}$$

$\{c_n\}$ は公差 $\frac{1}{3}$, 初項 $c_1 = \frac{a_1}{3} = 0$ の等差数列であり

$$c_n = c_1 + \frac{1}{3} \times (n-1) = \frac{n-1}{3}$$

(3) (2) より

$$\frac{a_n}{3^n} = \frac{n-1}{3}$$

したがって, $a_n = 3^{n-1}(n-1)$

(4) (3) より

$$\begin{aligned} a_{2026} &= 3^{2025} \times 2025 \\ &= 3^{2025} \times 3^4 \times 5^2 \\ &= 3^{2029} \times 5^2 \end{aligned}$$

である。よって

$$\log_{10} a_{2026} = 2029 \times \log_{10} 3 + \log_{10} 25$$

$10 < 25 < 30$ より

$$\log_{10} 10 < \log_{10} 25 < \log_{10} 30 = 1 + \log_{10} 3$$

したがって

$$1 < \log_{10} 25 < 1.4772$$

$0.4771 < \log_{10} 3 < 0.4772$ より

$$\begin{aligned} \log_{10} a_{2026} &< 2029 \times 0.4772 + 1.4772 \\ &= 969.716 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log_{10} a_{2026} &> 2029 \times 0.4771 + 1 \\ &= 969.0359 \end{aligned}$$

よって

$$969 < \log_{10} a_{2026} < 970$$

したがって

$$10^{969} < a_{2026} < 10^{970}$$

ゆえに, a_{2026} の桁数は 970 である。

$$6 \times 3 + 8 \times 6 = 66 \text{ 通り}$$

したがって T が正の数かつ 3 の倍数となる確率は

$$\frac{66}{216} = \frac{11}{36}$$

3

(1)

$$S = (x + y + z)^2 - 3(xy + yz + zx)$$

より次が成り立つ。

$$S \text{ が } 3 \text{ の倍数} \iff (x + y + z)^2 \text{ が } 3 \text{ の倍数}$$

よって

$$(x + y + z)^2 \text{ が } 3 \text{ の倍数} \iff x + y + z \text{ が } 3 \text{ の倍数}$$

が成り立つことを示せばよい。

整数 $x + y + z$ を 3 で割ったときの商を n , 余りを k とすると, k は 0, 1, 2 のいずれかであり

$$x + y + z = 3n + k$$

$$(x + y + z)^2 = 3(3n^2 + 2nk) + k^2$$

となる。 k^2 は 0, 1, 4 のいずれかであり, $k^2 = 1$ または $k^2 = 4$ ならば $(x + y + z)^2$ は 3 の倍数でない。

よって, $(x + y + z)^2$ が 3 の倍数ならば $k^2 = 0$, すなわち $k = 0$ であり, $x + y + z$ は 3 の倍数である。

逆に, $x + y + z$ が 3 の倍数ならば, $(x + y + z)^2$ が 3 の倍数であることは明らか。

以上より, 次が成り立つ。

$$S \text{ が } 3 \text{ の倍数} \iff (x + y + z)^2 \text{ が } 3 \text{ の倍数}$$

$$\iff x + y + z \text{ が } 3 \text{ の倍数}$$

(2) (a)

$$T = \frac{1}{2} ((p - q)^2 + (q - r)^2 + (r - p)^2)$$

より

$$T = 0 \iff p = q = r$$

$$\iff (p, q, r) = (1, 1, 1), (2, 2, 2),$$

$$(3, 3, 3), (4, 4, 4),$$

$$(5, 5, 5), (6, 6, 6)$$

よって $T = 0$ となる場合の数は 6 通りなので, 求める確率は

$$\frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$

(b) (a) より $T > 0$ となるのは, p, q, r のうち相異なる組が少なくとも 1 組あるとき。

また, (1) より T が 3 の倍数となるのは, $p + q + r$ が 3 の倍数となるとき。

以上を満たす p, q, r の組を $p \leq q \leq r$ の範囲で探すと

$$(p, q, r) = (1, 1, 4), (1, 2, 3), (1, 2, 6),$$

$$(1, 3, 5), (1, 4, 4), (1, 5, 6),$$

$$(2, 2, 5), (2, 3, 4), (2, 4, 6),$$

$$(2, 5, 5), (3, 3, 6), (3, 4, 5),$$

$$(3, 6, 6), (4, 5, 6)$$

よって T が正の数かつ 3 の倍数となるのは, 上の (p, q, r) の組とその順序を入れ替えたものである。

p, q, r のうち等しい組が 1 組あるときは 3 通り, すべて相異なるときは 6 通りの順序の並べ方があることに注意すると, 全部で